**第一讲：图形的旋转**

**一、课程目标**

1.掌握旋转的概念，探索它的基本性质，理解对应点到旋转中心的距离相等，对应点与旋转中心连线所成的角彼此相等的性质。

2.能够按要求作出简单平面图形旋转后的图形。

**二、课程内容**

**知识点一 旋转的概念**

把一个平面图形绕着平面内某一点转动一个角度，叫作图形的旋转.点叫作旋转中心，转动的角叫作旋转角.

**注：**旋转的三要素：旋转中心、旋转方向、旋转角.

①在旋转过程中，始终保持不动的那个点就是旋转中心，旋转中心既可以在图形的外部，也可以在图形的内部，还可以在图形上；

②每一对对应点与旋转中心的连线的夹角都是这个旋转变换的旋转角，一个旋转变换中有多个旋转角，旋转角大于小于；

**题型一 识别生活中的旋转现象**

**例 1-1** 下列现象属于旋转的是（ ）

A．摩托车在急刹车时向前滑动 B．飞机起飞后冲向空中的过程

C．幸运大转盘转动的过程 D．笔直的铁轨上飞驰而过的火车

【思路分析】根据旋转的定义：在平面内，把一个图形绕着某一个点O旋转一个角度的图形变换叫做旋转，即可选出答案．

【解】A、摩托车在急刹车时向前滑动是平移，故此选项错误；

B、飞机起飞后冲向空中的过程是平移，故此选项错误；

C、幸运大转盘转动的过程是旋转，故此选项正确；

D、笔直的铁轨上飞驰而过的火车是平移，故此选项错误；

故选：C．

**配套练习1-1** 下列运动属于旋转的是（ ）

A．滚动过程中的篮球的滚动 B．钟表的钟摆的摆动

C．气球升空的运动 D．一个图形沿某直线对折的过程

【思路分析】根据旋转变换的概念，对选项进行一一分析，排除错误答案．

【解】A、滚动过程中的篮球属于滚动，不是绕着某一个固定的点转动，不属旋转；

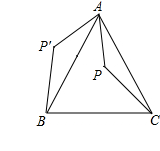
B、钟表的钟摆的摆动，符合旋转变换的定义，属于旋转；

C、气球升空的运动是平移，不属于旋转；

D、一个图形沿某直线对折的过程是轴对称，不属于旋转．

故选B．

**题型二 旋转要素的识别**

**例 1-2** 如图所示，△为等边三角形，△逆时针旋转后能与△重合.

(1)旋转中心是哪一点？

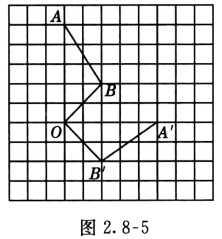
(2)旋转角是多少度？

(3)等于多少度？

【思路分析】观察图形在旋转的过程中各部分的位置变化情况,发现点的位置没有发生变化,因此点为旋转中心.点与,点与分别为对应点，因此和都是旋转角.

【答案】（1）旋转中心是点；（2）旋转角是；（3）.

【总结提示】首先确定旋转中心：旋转前后位置没有发生变化的点；然后确定对应点：旋转前后能够重合的点；最后确定旋转角：对应点与旋转中心所连线段的夹角。

**配套练习1-2** 如图所示，可以看到，△经旋转后到达△,可知点旋转到点，旋转到，旋转到，则点的对应点是 点，线段的对应线段是线段 ，线段的对应线段是线段 ，的对应角是 ，的对应角是 ，旋转中心是点 ，旋转角是 .

【思路分析】根据旋转的定义、旋转中心、旋转角、旋转的对应点等的概念来解题。

【答案】；；；；；；或.

**题型三 求旋转过程中的运动轨迹与路程**

**例 1-3** （易错题）如图所示，把腰长为的等腰直角三角形绕点顺时针旋转到△的位置，则点运动的路径长为 。









【思路分析】由旋转的性质可知，点在旋转过程中走过的路程是一条圆弧而不是一条线段。

【解】如右图，点在旋转过程中走过的路径是一条半径为，圆心角为的圆弧，即为圆周的。它的长度为。









【总结提示】图形作旋转变换时，每个点都绕着旋转中心沿相同方向转动相同度数但是各点的运动路程不一定相等，运动路程等于以旋转中心为圆心，以该点到旋转中心的距离为半径的该点与其对应点之间的一条弧的长度，而不是线段长，每个点都有自己的旋转路径与路程，各个点互不相同。

**知识点二 旋转的性质**

旋转不改变图形的形状和大小，只改变图形的位置。

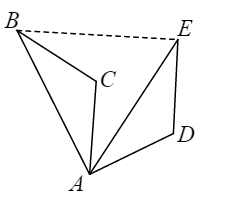
旋转有如下的性质：

（1）对应点到旋转中心的距离相等；

（2）对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；

（3）旋转前、后的图形全等.

**题型一 根据旋转的性质求线段长**

**例2-1** 如图，将△绕点顺时针旋转得到△，若线段，则             。

【思路分析】根据旋转的性质找到旋转角及对应关系，

即可求出答案．

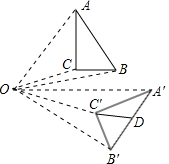
【解】∵将△绕点顺时针旋转得到△，

∴，，

∴△是等边三角形，

∴

【总结提示】根据旋转的特征，若旋转角为60°，则一组对应边与旋转角组成的三角形是等边三角形。然后利用等边三角形的特殊性求线段的长度。

**配套练习2-1** 如图，△的斜边，△绕点顺时针旋转后得到△，则△的斜边上的中线的长度为            。

【思路分析】根据旋转是全等变换，对应三角形是全等三角形求解即可。

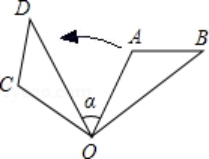
【解】∵旋转是全等变换

∴△≌△

∴

∴

**题型二 根据旋转的性质求角度**

**例2-2** 如图，△绕点逆时针旋转得到△，若，，则的度数是（ ）

A． B． C． D．

【思路分析】根据旋转的性质即可求出答案．

【解】解：由题意可知：，

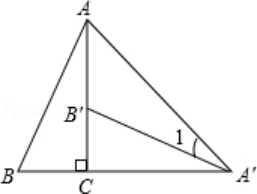
∵△≌△，

∴

∴

∴

故选C

**配套练习2-2** （中考真题）如图，将△绕直角顶点顺时针旋转，得到△，连接，若，则的度数是（ ）

A． B． C． D．

【思路分析】根据旋转的性质可得，然后判断出△是等腰直角三角形，根据等腰直角三角形的性质可得，再根据三角形的内角和定理可得结果．

【解】解：∵△绕直角顶点顺时针旋转得到△，

∴，

∴△是等腰直角三角形，

∴，

∴

故选：C．

**题型三 根据旋转的性质求点的坐标**

**例2-3** （中考真题）如图，在平面直角坐标系中，将点绕原点顺时针旋转，则其对应点的坐标为 。









【思路分析】要求平面直角坐标系中的点的坐标，只要过点分别向轴，轴作垂线段再判断即可。

【解】过点作轴于点A，过点Q作轴于点，由旋转的性质有,

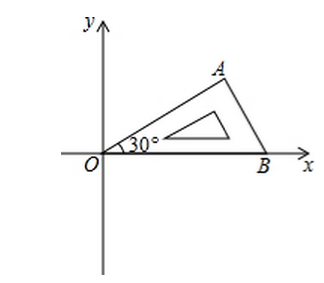
又∵，∴，

又∵，，

∴△≌△，

∴，，

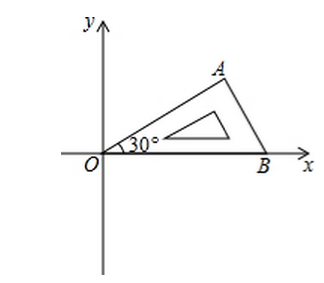
∴点的坐标为。

**配套练习2-3** 如图，将含有角的直角三角板放置在平面直角坐标系中，在轴上，若=2，将三角板绕原点顺时针旋转，则点的对应点的坐标为（ ）

A. B. 

C.  D. 

【思路分析】先根据题意画出点的位置，然后过点作，接下来根据旋转的定义和性质可得到的长和的度数，最后根据特殊锐角三角函数值求解即可．







【解】如右图，

根据旋转的性质可知：，，

∴

过点作

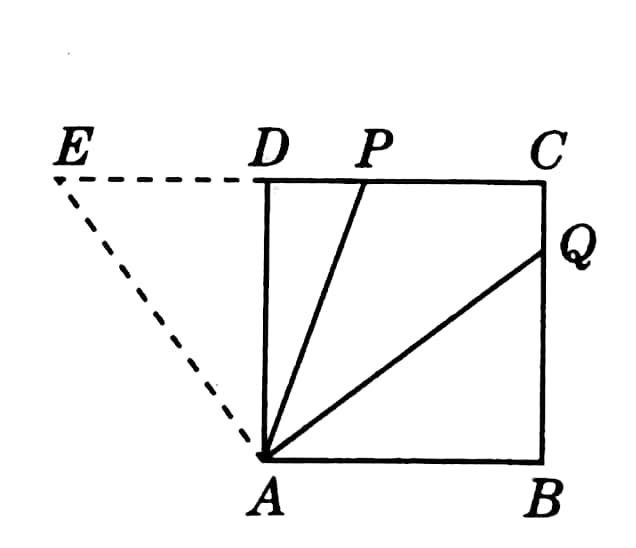
∴△为等腰直角三角形

∵

∴

∵点在第四象限

∴









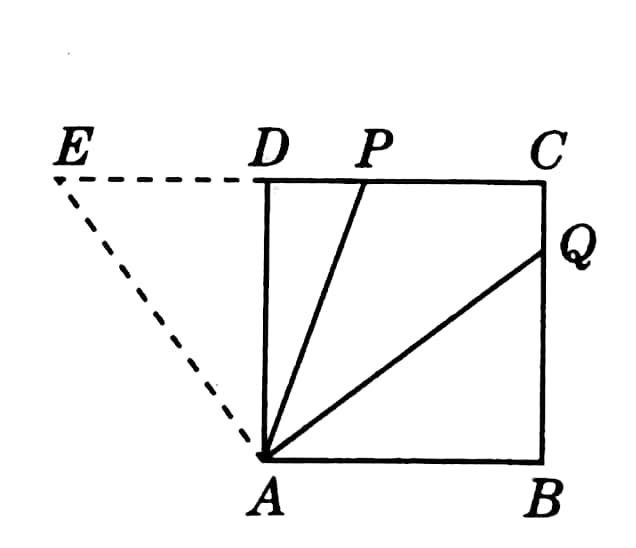






**题型四 利用旋转的性质进行证明**

**例2-3** 如图，是正方形的边上的点，的平分线交边于点，试证明。

【思路分析】首先把与的和转移到一条线段上，因为将△绕点逆时针旋转可以得到△，所以，再说明即可。

【证明】将△绕点逆时针旋转后得到△。

∴，△≌△，

∴，，，

∴，，三点共线。

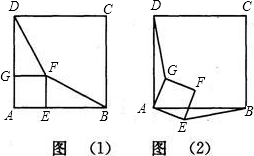
又∵的平分线交边于点，

∴，

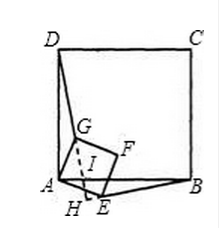
又∵，∴，

∴，

∴

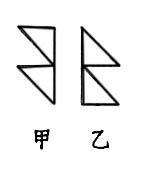
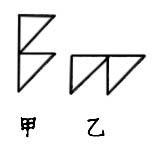
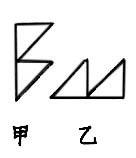
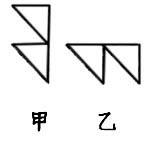
**配套练习2-3** 正方形和正方形有一公共点,点，分别在线段、上(如图(1)所示),连接、.  
(1)求证:  
(2)若将正方形绕点按顺时针方向旋转,连接、 (如图(2)所示),在旋转过程中,请猜想线段、始终有什么数量关系和位置关系并证明你的猜想.

【思路分析】(1)由正方形的性质可证△≌△,即证.  
(2)由旋转的性质和正方形的性质可证△≌△,得,同时延长交或延长线于,交于,可证,即.

【证明】(1)证明:https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14dafce484a9ea8.png,https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db2b1295e2647.png,   
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db2b1296e42bc.png,  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db241d32d0139.png,  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db2b129801649.png,  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14daedab2ef6c20.png.  
(2)猜想:https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db2907b6a768e.png,https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db24cd29a3a7b.png.  
证明:如图,由正方形性质与旋转知https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14daed845619ef2.png,https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db25c97df96cb.png,https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db29b95b44bd6.png,  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db2b129c05407.png,  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db241d32d0139.png,https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db2dd06bd1fa4.png,  
延长DG交BE或延长线于H,交AB于I,  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db2b129efafd9.png,https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db2b12a013114.png,  
又https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db2b12a6a716a.png,  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db2b12b06203e.png,  
https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db2b12b1a540f.png,  
即https://solar.fbcontent.cn/api/apolo-images/14db24cd29a3a7b.png.

**题型五 旋转与平移、轴对称的区别与联系**

**例2-5** 在下列平面图形内经过平移和旋转变换可以将甲图变成乙图的是（ ）



1. B. C. D.

【思路分析】根据旋转、平移的特点判断即可。

【解】A、B、C项无法利用平移和旋转变换将甲图变成乙图；D项中，甲图经过两次旋转和两次平移可得到乙图.故选D.

**配套练习2-5** 如图所示，如果将其中的甲图变成乙图，可经过的变换正确的是（　　）

|  |
| --- |
|  |

A.旋转、平移 B.轴对称

C. 轴对称、旋转 D.旋转

【思路分析】根据轴对称、旋转和平移的特点判断即可。

【答案】C

**知识点三 旋转作图**

1、已知图形、旋转中心、旋转方向和旋转角就可以做出旋转后的图形，步骤如下：

* 1. 确定旋转中心、旋转方向和旋转角；②在已知图形上找到关键点；③作出关键点旋转后的对应点；④再顺次连接对应点即可。

2、确定旋转中心：找到旋转前后两个图形上的两组对应点，然后分别连接两组对应点得到两条线段，最后分别做这两条线段的垂直平分线，垂直平分线的交点即为旋转中心.

**题型一 利用旋转作图的步骤作旋转后的图形**

**例3-1** 如图，△绕点旋转，使点旋转到点处，画出顺时针旋转后的三角形，并写出简单作法。











【思路分析】抓住△的关键点，旋转中心以及旋转角，按步骤即可作出所求的三角形。

















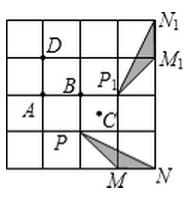


【解】作法：如图，（1）连接，，，；

（2）分别以，为边作；

（3）分别在，上截取，；

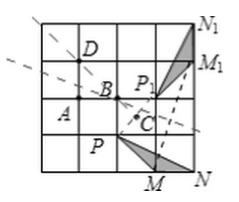
（4）依次连接，，，△就是所求作的三角形。

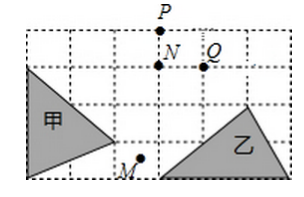
**题型二 旋转中心的确定**

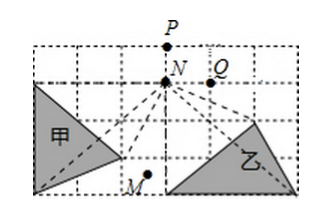
**例3-2** 如图，在的正方形网格中，△绕某点旋转一定的角度，得到△，则其旋转中心是（ ）

A.点 B.点 C.点 D.点

【思路分析】分别找到旋转前后的两组对应点连线，再作他们的垂直平分线，交点即为旋转中心。

【解】如图，分别连接旋转前后两图的两组对应点和，再分别做和的垂直平分线，两垂直平分线都过点，故点是旋转中心。故选B.

**配套练习3-2** 如图,在方格纸中,格点三角形甲经过旋转后得到格点三角形乙,则其旋转中心是(    )   
A. 点 B. 格点  
C. 格点 D. 格点

【思路分析】根据旋转中心到对应点的距离相等，若分别连接备选的点与两组对应点，会使距离均相等的点即为旋转中心。

【解】如图,连接和两个三角形的对应点；发现两个三角形的对应点到点的距离相等,因此格点就是所求的旋转中心；所以B选项是正确的.

【总结提示】确定旋转中心的方法可以通过作对应线段的垂直平分线找到交点的方法，也可以在备选项中选择能够使得到对应点距离相等的点，即为所求。

**三、课程总结**

学霸秘籍：

**四、家庭作业**

**作业1：**定制个性化习题15道

**作业2：**李老师发布的自定义习题